

**COMPLEXITE ET EMERGENCE : UNE APPROCHE RELATIONNELLE
VIA LE MODELE SEM****Andrée C. Ehresmann* et Jean-Paul Vanbremeersch*****Université de Picardie Jules Verne, ehres@u-picardie.fr
<http://pagesperso-orange.fr/ehres>
<http://pagesperso-orange.fr/vbm-ehr>**

Comment modéliser des systèmes complexes autonomes tels des systèmes sociaux (grande entreprise, société, nation ...), biologiques (cellule, organisme,...) ou cognitifs ? De tels systèmes ont une hiérarchie de composants enchevêtrée, variant au cours du temps, et un réseau de sous-systèmes fonctionnels internes dont la coopération/compétition module la dynamique, chacun opérant à son propre rythme avec l'aide d'une mémoire centrale. Les Systèmes Evolutifs à Mémoire proposent un modèle mathématique pour de tels systèmes, dans le cadre d'une théorie des catégories 'dynamique', intégrant plusieurs temporalités. En particulier on caractérisera la propriété à la base de l'émergence de structures et processus de complexité croissante, tels des processus cognitifs d'ordre supérieur.

L'exposé oral portera essentiellement sur les premières parties de ce texte. Pour plus de détails nous renvoyons à notre livre (EV 2007) et à une série d'articles depuis 1987, la plupart accessibles sur les sites ci-dessus.

1. Exposé du problème**1.1. Exemples génériques**

(i) *Une entreprise.* A un instant donné, les composants de l'entreprise sont le personnel, la hiérarchie des services et départements formant l'organigramme, et les différentes ressources matérielles ou immatérielles ; en particulier les archives et documents de toute nature utiles pour le fonctionnement forment une *Mémoire* flexible. Les composants et les liens représentant leurs interactions au sein de l'entreprise varient au cours du temps. La dynamique est modulée par la coopération/compétition entre les départements agissant comme 'corégulateurs' internes, chacun opérant selon sa propre temporalité (variant d'un jour pour les ateliers et services de bas niveau à plusieurs mois ou même années au niveau directorial).

(ii) *Système neuro-cognitif.* Le système neuronal d'un animal a pour composants ses neurones, reliés par les synapses entre eux (du neurone pré-synaptique au post-synaptique). Celui-ci donne naissance au système neuro-cognitif, par formation d'objets mentaux. Un objet mental est activé par une (classe d') assemblée(s) de neurones synchrones, puis, aux niveaux supérieurs par des assemblées de telles assemblées,... Notre modèle MENS (EV 2007, 2009) de ce système présente une hiérarchie de composants: au niveau 0 les neurones reliés par des chemins synaptiques entre eux, aux niveaux supérieurs des *catégorie-neurones* représentant des objets mentaux de plus en plus complexes.

1.2. Quels outils utiliser ?

Divers auteurs ont utilisé de simples graphes pour représenter de tels systèmes, ou plus généralement des multi-graphes orientés (pouvant avoir plusieurs arêtes d'un sommet vers un

autre). Mais ceci ne permet pas de modéliser la hiérarchie des composants en tant que telle. En effet pour traduire le fait que, par exemple, un service d'une entreprise 'représente fonctionnellement' le pattern de ses employés agissant de manière coordonnée, il faut savoir composer des liens successifs et reconnaître quels chemins sont 'fonctionnellement équivalents'. C'est possible dans une catégorie.

Rappelons qu'une *catégorie* est un (multi-)graphe sur lequel on a donné une loi de composition interne associant à un chemin (f, g) de A vers B une flèche fg de A vers B, qui sera son *composé* ; cette loi est associative et tout objet (ou sommet du graphe) admet une flèche identité. Dans l'application aux systèmes, les flèches (ou *liens*) de source A représentent les informations, commandes ou contraintes transmises par A, celles de but A les informations reçues par A. L'associativité entraîne que tout chemin admet un unique composé, et 2 chemins fonctionnellement équivalents seront caractérisés par le fait qu'ils ont le même composé.

Toutefois une catégorie ne suffit pas pour tenir compte du possible changement de composants et de leurs liens au cours du temps, et il faut introduire de nouvelles constructions pour modéliser la dynamique. Ainsi un Système Evolutif à Mémoire aura à sa base un *Système Evolutif*, c'est-à-dire une famille de catégories indexées par le temps, chacune correspondant à la configuration du système à un instant t , avec des foncteurs partiels 'transition' entre elles pour représenter le changement avec possible suppression de composants.

2. Hiérarchie d'objets complexes

2.1. Pattern et recollement

Dans le système, un groupe de composants (employés d'une entreprise, neurones d'un système neuro-cognitif,...) peut opérer collectivement. Dans la catégorie configuration du système en t il correspond à un *pattern* P formé de composants P_i et des liens distingués entre eux utiles à leur coopération. Une information envoyée par le pattern à un autre composant A du système est représentée par une famille (s_i) de liens s_i de P_i à A corrélés par les liens distingués de P , appelée *lien collectif* de P vers A .

Si la coopération est durable, le pattern acquiert une identité propre en tant que composant plus complexe (département, objet mental,...) qui est intégré dans le système et a le même rôle fonctionnel que les P_i agissant collectivement à l'aide de leurs liens distingués. Ce composant C est modélisé par la *colimite* (ou *recollement*) de P au sens suivant: il existe un lien collectif (c_i) de P vers C tel que tout autre lien collectif (s_i) de P vers un A se factorise uniquement via (c_i) .

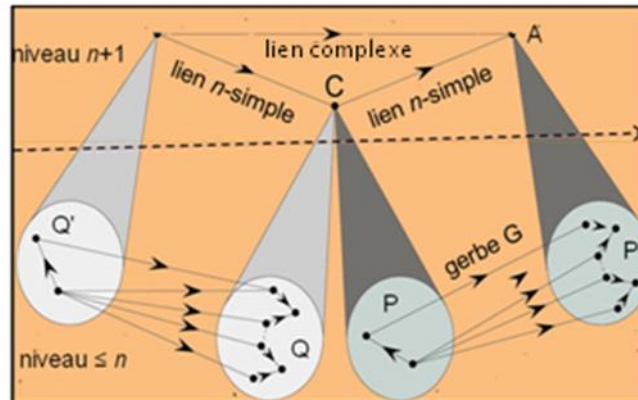
2.2. Hiérarchie. Liens simples

Une catégorie H est *hiérarchique* (EV 1987) si ses objets sont répartis en niveaux de 'complexité' de sorte qu'un objet C de niveau $n+1$ soit colimite d'au moins un pattern à valeurs dans les niveaux strictement inférieurs à $n+1$. A priori on ne suppose rien sur les liens. Toutefois dans les systèmes considérés, la hiérarchie sera *basée sur le niveau 0*, signifiant que les liens des niveaux supérieurs se déduiront des liens du niveau 0 par une suite d'opérations de recollement et composition de liens.

Parmi les liens de C vers A , nous avons des *liens simples* recollant des gerbes de liens entre leurs composants. Si P et P' sont 2 patterns, une *gerbe* G de P à P' est une famille maximale de liens vérifiant les conditions :

- (i) Pour tout P_i , il existe dans G au moins un lien de P_i vers un composant de P' , et s'il y en a plusieurs, ils sont liés par un zigzag de liens distingués de P' .
- (ii) Le composé d'un élément de G avec un lien distingué de P ou de P' est dans G .

Si P et P' se recollent en C et A , respectivement, la gerbe G se recolle en un lien c_G de C vers A , appelé *lien* (P, P') -simple, ou *n-simple* si P et P' sont contenus dans les niveaux $\leq n$. Une suite de liens simples recollant des gerbes adjacentes est simple. Les liens simples sont entièrement déterminés par les liens entre les composants de P et P' , donc n'apportent pas de 'réelle' information supplémentaire au niveau supérieur.



2.3. Liens complexes

Mais il peut exister d'autres liens, dits complexes, lorsque le système vérifie une propriété de type "dégénérescence" (au sens d'Edelman, 1989) qui lui donnera une plus grande flexibilité. Intuitivement, il faut qu'il existe des patterns qui sont 'fonctionnellement' équivalents, mais non 'structurellement' équivalents (e.g., version papier ou fichier d'un document ; assemblées de neurones activant le même objet mental). Formellement :

Définition. On dit qu'une catégorie vérifie le principe de multiplicité (EV 1996) s'il existe des objets C , dits *n-multiformes*, qui recollent 2 patterns Q et P de niveaux $\leq n$ tels que l'identité de C ne soit pas (Q, P) -simple ; on dit alors que P et Q sont *non-connectés* et le passage de l'un à l'autre est appelé *balancement complexe*.

Lorsque ce principe est vérifié, il existe des *liens complexes* composés de liens simples qui recollent des gerbes non-adjacentes, par exemple composés d'un lien (Q', Q) -simple et d'un lien (P, P') -simple, où Q et P sont non-connectés. De tels liens émergent au niveau $n+1$ car ils ne peuvent pas être reconnus 'localement' via les liens entre composants des patterns extrêmes Q' et P' bien que dépendant de la structure 'globale' des niveaux $\leq n$. Ils joueront un rôle essentiel dans l'émergence de composants et processus complexes, les balancements complexes donnant une plus grande flexibilité au système en augmentant ses degrés de liberté.

3. Ordre de complexité. Emergence d'objets complexes

3.1. Système évolutif hiérarchique

Un tel système H est formé de : une échelle de temps T (partie finie ou non de \mathbf{R}) ; pour chaque t de T une catégorie hiérarchique H_t configuration en t ; pour $t < t'$, un foncteur transition d'une sous-catégorie de H_t vers $H_{t'}$, ces foncteurs vérifiant une condition de Transitivité, de sorte qu'un composant C de H corresponde à un ensemble maximal d'objets liés par des transitions.

Dans les systèmes considérés, les changements types (Thom, 1988) seront l'adjonction de nouveaux objets, la formation (ou préservation, si elle existe) de la colimite de certains patterns, la suppression d'éléments ou la décomposition d'objets complexes. Ceci est décrit par le processus de

complexification par rapport à une procédure S ayant des objectifs de tels types, et nous avons construit explicitement la transition correspondante qui conduit à une catégorie où ces objectifs sont remplis de façon optimale.

Théorème. *La hiérarchie d'un système évolutif hiérarchique déduit du niveau 0 par une suite de complexifications est basée sur le niveau 0. Si une catégorie vérifie le principe de multiplicité, il en est de même pour ses complexifications successives.*

3.2. Ordre de complexité.

Dans un système évolutif hiérarchique un composant C admet au moins une *ramification* jusqu'au niveau 0, obtenue en prenant d'abord une décomposition P de C en un pattern de niveaux inférieurs (dans une catégorie H_i), puis une décomposition de chaque P_i , et ainsi de suite jusqu'à des patterns contenus dans le niveau 0. A chaque étape on a le choix entre diverses décompositions (éventuellement non-connectées), de sorte que C admet plusieurs ramifications, avec possibilité de balancements complexes entre elles.

Définition. On appelle *ordre de complexité* de C la longueur de sa ramification la plus courte,

Cet ordre indique le plus petit nombre de pas nécessaires pour reconstruire C à partir du niveau 0 par recollements successifs de patterns.

3.3. Emergence de composants d'ordre de complexité croissant

On dit qu'un composant C est *m-réductible* s'il est la colimite d'un pattern de niveaux $\leq m$, de sorte qu'il peut être reconstruit par recollement en une seule étape à partir du niveau m .

Théorème (EV 1996). *Un composant C de niveau $n+1$ ayant une ramification $(P, (\Pi^i))$ telle que les liens distingués de P sont (Π^i, Π^j) -simples est $n-1$ -réductible, donc d'ordre de complexité $\leq n-1$. Par contre si P a un de ses liens distingués complexe, C n'est généralement pas $n-1$ -réductible.*

Corollaire. *Le Principe de Multiplicité est nécessaire pour l'existence de composants d'ordre > 1 .*

Théorème d'émergence (EV 1996). *Dans un Système Evolutif Hiérarchique, le Principe de Multi-licité est la condition caractéristique pour qu'il existe des composants d'ordre de complexité > 1 , et que des composants d'ordre strictement croissant puissent émerger au cours du temps.*

Lorsque le principe de multiplicité n'est pas vérifié, tout composant est la colimite simple d'un pattern contenu dans le niveau 0, ce qui signifie un 'pur' réductionnisme à ce niveau. Dans les SEM que nous allons considérer, le principe de multiplicité est vérifié, de sorte qu'ils rentrent dans le cadre d'un *émergentisme réductionniste* (au sens de Mario Bunge 1979). Ainsi une entreprise ou un système cognitif peut développer des processus de plus en plus complexes.

4. Système Evolutif à Mémoire

4.1. Définition d'un SEM

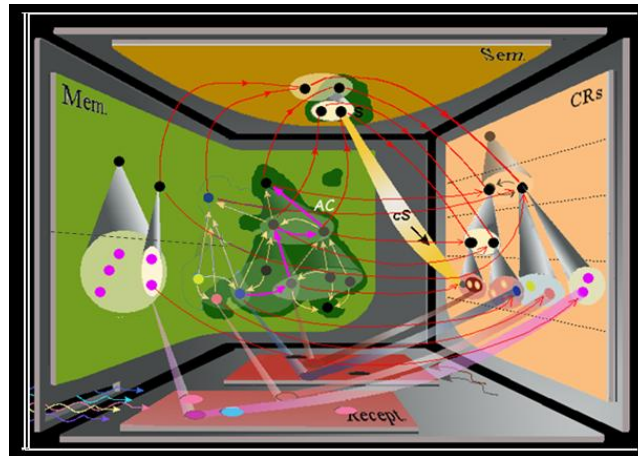
Un SEM est un système évolutif hiérarchique qui est auto-organisé : les objectifs des transitions successives sont choisis internement par un réseau de sous-systèmes fonctionnels spécialisés, les *Corégulateurs* CR, qui modulent la dynamique via leurs interactions compétitives. Ils aident à développer un sous-système Mem, la *Mémoire*, qui modélise de manière flexible les connaissances

de toute nature du système, et à les réviser au cours du temps pour tenir compte de situations changeantes.

On suppose de plus qu'un SEM vérifie le principe de multiplicité et qu'il est assujéti à des conditions matérielles :

(i) Tout lien a un délai de propagation et une force (de sorte que les catégories H_t sont étiquetées dans \mathbf{R}_+ par des foncteurs vers le monoïde \mathbf{R}_+).

(ii) Tout composant complexe a un *empan de stabilité* qui mesure la durée pendant laquelle il conserve une décomposition stable.



4.2. Une étape d'un corégulateur CR

CR opère par étapes, à son propre rythme et avec des objectifs spécifiques à sa fonction. Une étape de t vers t' est divisée en plusieurs phases se chevauchant plus ou moins :

(i) *Analyse* : Formation du paysage de CR en t à l'aide des informations partielles recueillies sur le système et la mémoire ; il est modélisé par une catégorie L_t .

(ii) *Décision* : Choix d'une procédure admissible S avec l'aide de la mémoire ; le paysage anticipé AL à la fin de l'étape est modélisé par la complexification AL de L_t pour S .

(iii) *Commande* : Les objectifs de S sont envoyés aux effecteurs pour être réalisés sur le système. Analytiquement, la réalisation devrait conduire à un attracteur d'un système d'équations différentielles en termes de délais de propagation et forces des liens.

(iv) *Evaluation* : Le résultat (positif or négatif) est évalué par comparaison de AL avec le nouveau paysage en t' ; on a une *fracture* pour CR si les objectifs de sa procédure ne sont pas atteints.

4.3. Compétition entre corégulateurs

Les différents corégulateurs agissent séparément sur leur paysage et à leur propre rythme. Mais à l'instant t , les commandes envoyées aux effecteurs par les différents corégulateurs sont envoyées au système, où un processus d'harmonisation, le *jeu des corégulateurs*, est déclenché, tenant compte de leurs forces respectives. Il conduit à la procédure opérative qui sera effectivement exécutée sur le système ; celle-ci peut causer des fractures à un corégulateur dont les objectifs ne sont pas retenus.

Parmi les possibles causes de fracture figurent les *contraintes structurelles temporelles* du corégulateur CR dues aux délais de propagation des liens et aux empan de stabilité des composants, nécessaires pour le bon déroulement de l'étape. Elles s'écrivent

$$p(t) \ll d(t) \ll z(t)$$

où : $p(t)$ est la *latence* de CR (= moyenne des délais de propagation des liens dans le paysage), $d(t)$ est sa *période* (= moyenne des durées des étapes précédentes) et $z(t)$ est le plus petit empan de stabilité des composants intervenant pendant l'étape.

Le non respect de ces contraintes temporelles causera une fracture ; si celle-ci n'est pas réparée à l'étape suivante, on aura une *dyschronie*, pouvant plus tard nécessiter une re-synchronisation par changement de période du CR.

4.4. *Dialectique entre corégulateurs hétérogènes*

Une accumulation de changements au niveau d'un corégulateur CR de bas niveau n'est perçue que plus tard au niveau d'un corégulateur CR' de niveau supérieur à latence et période plus longues, et peut alors lui causer une fracture. Celle-ci sera réparée par un changement d'objectifs pouvant rétroagir par une fracture aux niveaux inférieurs, en particulier pour CR. Nous parlons d'une *dialectique entre corégulateurs hétérogènes*. (Dans une entreprise, un dysfonctionnement d'un atelier se propagera aux services de fabrication et de livraison, ce qui peut nécessiter une réorganisation.)

A plus long terme, un changement de période d'un corégulateur risque de se répercuter à d'autres niveaux, entraînant une cascade de fractures et dyschronies, suivies de re-synchronisations. Ainsi, en accord avec les données physiologiques (*e.g.*, ralentissement de diverses fonctions), nous avons proposé une *Théorie du vieillissement* pour un organisme par *cascade de re-synchronisations* de corégulateurs de niveaux croissants (EV 1993).

5. Noyau archétypal. Processus cognitifs d'ordre supérieur

5.1. *Développement de la mémoire*

Les différents corégulateurs participent au développement de la mémoire Mem et à son adaptation aux situations successives rencontrées par le système. Cette mémoire est divisée en mémoire empirique, épisodique, procédurale.

Dans des systèmes plus complexes, où l'on peut construire des limites projectives (notion duale des colimites), il se forme aussi une mémoire *sémantique* Sem où les composants de Mem sont classifiés en classes d'invariance ; ceci se fait en 3 étapes :

(i) Reconnaissance de la similarité de 2 composants de Mem relativement à un certain attribut (exemple : couleur) via un corégulateur CR spécifique de cet attribut.

(ii) Formation (par limite projective) d'un CR-*concept* modélisant une classe de CR-similarité (couleur-concept 'bleu').

(iii) Formation de concepts plus abstraits par ajout successif de colimites et/ou limites projectives de patterns de CR-concepts, pour des corégulateurs CR variables (exemple : 'triangle bleu').

5.2. *Noyau Archétypal* (EV 2007, 2009)

La mémoire sémantique permet le développement, au cours du temps, d'un sous-système AC de Mem, appelé *noyau archétypal*, formé de composants A de hauts niveaux, qui intègre les connaissances essentielles au fonctionnement du système et maintient son identité complexe (son 'soi'). Les liens entre eux ont de faibles délais de propagation et leur force augmente au cours de rappels successifs, de sorte qu'il se forme des boucles internes auto-entretenuées un long temps. AC agit comme un modèle interne flexible du système.

Le rappel d'un composant archétypal A se propage à l'aide de liens archétypaux à toute une partie de AC, puis à des ramifications de A, avec possibilité de balancements complexes entre elles. Ces informations, en se répercutant à des corégulateurs supérieurs (dits *intentionnels*), étendent leurs paysages respectifs et les réunissent en un paysage global GL de plus longue durée, dans lequel peuvent se développer des processus complexes d'ordre supérieur.

5.3. *Processus conscients. Anticipation*

Dans un système cognitif (individuel ou social), un événement imprévu augmente l'attention, ce qui se traduit par une activation d'une large partie de AC, conduisant à la formation d'un paysage global

GL. Dans celui-ci les corégulateurs intentionnels peuvent déclencher un processus de *rétrospection* (en plusieurs étapes) pour retrouver le passé récent et analyser l'évènement.

Ensuite un processus de *prospection* se développe dans GL, avec AC comme moteur, en utilisant la liberté fournie par la possibilité de balancements complexes pour construire des paysages virtuels internes ; des suites de procédures (ou *scénarios*) sont essayées dans ceux-ci en anticipant leurs résultats, sans dommage pour le système, ce qui permet de faire de l'anticipation à plus long terme.

Références

Bunge M., 1979, *Treatise on Basic Philosophy*, Vol. 4, Reidel, Dordrecht.

Edelman G.M., 1989, *The Remembered Present*, Basic Books, New York.

Ehresmann & Vanbremeersch, 1987, Hierarchical Evolutive Systems: A mathematical model for complex systems, *Bull. of Math. Bio.* 49 (1), 13-50.

Ehresmann & Vanbremeersch, 1993, Memory Evolutive Systems: An application to an aging theory, in *Cybernetics and Systems*, Tata McGraw Hill Pub., New Delhi, 190-192.

Ehresmann & Vanbremeersch, 1996, Multiplicity Principle and emergence in MES, *Journal of Systems Analysis, Modelling, Simulation* 26, 81-117.

Ehresmann & Vanbremeersch, 2007, *Memory Evolutive Systems: Hierarchy, Emergence, Cognition*, Elsevier.

Ehresmann & Vanbremeersch, 2009, MENS, a mathematical model for cognitive systems, *J. of Mind Theory* 0-2.

Thom R., 1988, *Esquisse d'une Sémiophysique*, InterEditions, Paris.