

Travaux de recherche en 2013-2016

Ils se divisent en 2 parties totalement séparées :

1. La majeure partie poursuit le développement de la méthodologie des SEM (introduite avec Jean-Paul Vanbremeersch, 1987-2007), conduisant à de nouvelles applications, e.g. en cognition (avec Jaime Gomez-Ramirez), design (avec Mathias Béjean) et anticipation (avec Riel Miller).

2. Une autre partie, faite en collaboration avec des chercheurs de l'IRCAM (Moreno Andreatta et Alexandre Popoff), propose une traduction de la théorie transformationnelle de la musique en termes catégoriques, utilisant des notions développées avec Charles Ehresmann dans les années 60.

1. Sur les Systèmes Evolutifs à Mémoire (SEM) et leurs applications

Le livre "Memory Evolutive Systems: Hierarchy, Emergence, Cognition" (avec Jean-Paul Vanbremeersch, Elsevier 2007), a proposé le modèle mathématique SEM, basé sur une théorie des catégories 'dynamique', pour des systèmes évolutifs multi-échelles, avec une hiérarchie enchevêtrée de composants variant au cours du temps ; ils développent une mémoire flexible permettant de mémoriser leurs expériences et de s'adapter au changement ; ce sont des systèmes auto-organisés dont la dynamique est modulée par les interactions entre différents agents *co-régulateurs* dont chacun opère à son propre rythme avec une vue partielle du système (son 'paysage'). Les systèmes biologiques, cognitifs ou sociaux en sont des exemples. Mes travaux plus récents en donnent de nouvelles applications.

1.1. Résultats généraux sur les SEM [15, 17, 20, 21, 23, 24]

A la différence des systèmes physiques où la dynamique peut être étudiée dans l'espace de phases à l'aide des conditions initiales et des lois physiques, les systèmes vivants sont 'ouverts' de sorte que l'on ne dispose pas d'espace des phases stable, et leur évolution à long terme est imprédictible. Les SEM ont été introduits pour étudier de tels systèmes dans leur 'devenir' au cours du temps, avec les variations de leur structure et organisation (et non en modélisant la structure invariante, comme le font les modèles biologiques usuels).

Comme expliqué dans [20, 21], ceci a nécessité d'introduire de nouvelles notions catégoriques adaptées à leurs propriétés (SE, catégorie hiérarchique, composant multi-facettes, complexification).. Ces notions ont été inspirées par mes travaux antérieurs en théorie des catégories en vue d'applications en analyse (1962-67), puis en collaboration avec Charles Ehresmann (théorie des esquisses).

Pour tenir compte du changement, le système est modélisé non par une unique catégorie, mais par un *Système Evolutif*. Un SE est défini comme étant un semi-faisceau sur une catégorie T représentant son temps d'existence, i.e. un foncteur K de T vers la catégorie des foncteurs partiels entre catégories. La catégorie $K(t)$ représente la configuration du système au temps t , le foncteur *partiel* "transition" $K(t, t')$ le changement de configuration entre t et t' , avec possible disparition de certains éléments. Un *composant* C de K est une famille maximale d'objets $C(t)$ des catégories $K(t)$ reliés par des transitions, à savoir la famille des états successifs de C .

Pour modéliser la hiérarchie enchevêtrée des composants du système (e.g. atomes, molécules, cellules, tissus, ... dans un organisme biologique), on suppose que K est un *SE hiérarchique* : (i) les catégories $K(t)$ sont *hiérarchiques*, au sens : les objets sont répartis en niveaux croissants $0, \dots, m$ de sorte qu'un objet C de niveau $n+1$ soit la colimite d'au moins un diagramme (ou *pattern*) formé d'ob-

jets liés de niveaux inférieurs ; (ii) les transitions respectent le niveau. Dans ce cas, un composant C de niveau $n+1$ a un niveau constant au cours de son existence et il admet au moins une *ramification* jusqu'au niveau 0 ; son *ordre de complexité* est la plus petite longueur d'une de ses ramifications.

La "propriété de dégénérescence" (Edelman & Gally 2001) des systèmes biologiques est traitée dans K par le *Principe de Multiplicité* (PM) qui assure l'existence de composants *multi-facettes* : C est n-multi-facettes si $C(t)$, pour tout t, est la colimite dans $K(t)$ d'au moins 2 diagrammes contenus dans les niveaux inférieurs à n qui ne sont pas isomorphes dans la catégorie $\text{Ind}(K(t))$ des Ind-objets. Le composant C agit comme une "monade" [17] relativement aux niveaux supérieurs, en prenant son identité propre au cours du temps, malgré le changement de sa composition et de son organisation des niveaux inférieurs (e.g. renouvellement des molécules d'une cellule), et il peut interagir via l'une ou l'autre de ses différentes ramifications selon le contexte.

PM est à la base des *processus d'émergence* ; en particulier il entraîne l'émergence de *liens complexes* entre composants de niveau $n+1$; ces liens représentent des propriétés globales des niveaux inférieurs, non observables localement à ces niveaux, et qui *émergent* au niveau $n+1$.

Les transitions sont engendrées par le processus de *complexification* : on se donne une procédure (modélisée par une pré-esquisse) Pr sur $K(t)$ ayant pour objectifs l'ajout ou la suppression de certains objets et la formation de nouveaux objets qui doivent devenir (co)limite de certains patterns n'ayant pas de (co)limite dans $K(t)$; la complexification $K_{t'}$ de K_t pour Pr est "solution du problème universel" : construire une catégorie dans laquelle les objectifs de Pr sont réalisés. Cette complexification est construite explicitement comme le prototype d'une esquisse associée à Pr (généralisant la construction de A. & C. Ehresmann, 1972).

Le *Théorème d'Émergence* montre que PM est la caractéristique permettant l'émergence de composants d'ordre de complexité croissante et de liens complexes entre eux, à l'aide de complexifications successives. Une conséquence en est le développement d'un sous-système hiérarchique de K, la *Mémoire*, avec des composants de complexité croissante. Cette mémoire, flexible et *plastique*, permet l'adaptation au changement.

Un SEM est un SE hiérarchique, avec son sous-SE Mémoire, et un réseau de sous-systèmes fonctionnels opérant comme agents, appelés *Co-Régulateurs*. Chaque CR agit par étapes, à son propre rythme et selon sa fonction. A chaque étape il n'a qu'un accès partiel au système ; les informations ainsi recueillies forment un SE, appelé son *paysage*, sur lequel se déroule sa dynamique. Les dynamiques locales des CR sont computables. Par contre la dynamique globale, qui résulte d'un "jeu" non-déterministe entre ces dynamiques locales, est imprédictible.

Dans [17, 24], ces résultats sont développés dans le cas d'un système biologique.

1.2. Applications à la cognition : MENS [2, 7-9, 13, 15]

Une importante application des SEM est le modèle MENS pour un système neuro-cognitif qui intègre à la fois le neural et le mental et les relie. Sa construction utilise le fait qu'un objet ou un processus mental active une (hyper-)assemblée synchrone de neurones (Hebb 1948), laquelle n'est pas unique par suite de la dégénérescence du code neural (Edelman 1989).

Le système neural formé des neurones et synapses entre eux est modélisé par un SE NEUR qui sera le sous-SE de niveau 0 de MENS, et MENS est construit par complexifications successives de NEUR. Un composant C de niveau > 0 de MENS, appelé *cat-neurone*, modélise un objet mental M sous la forme de la (co)limite des différentes (hyper-)assemblées de neurones que M peut activer (il modélise un "reader neuron" au sens de Buzsaki, 2010). C donne une représentation 'dynamique' de l'objet mental M, qui prend sa propre identité complexe au cours du temps, et peut être activé via l'activation de la base neuronale d'une de ses différentes ramifications ; une telle base représente donc une réalisation physique de C sous forme d'une hyper-assemblée neuronale. Un cat-neurone multi-

facettes a plusieurs telles "physical realizabilities" (au sens de Kim, 1998), ce qui évite l'isomorphisme neural-mental.

La dynamique de MENS est modulée par les interactions entre co-régulateurs basés sur des modules fonctionnels du cerveau.

Dans [2, 8], MENS est comparé à différents modèles cognitifs :

(i) Par sa construction même, MENS possède les caractéristiques d'une "théorie de l'esprit", à savoir (Stanford Encyclopedia of philosophy) compositionnalité et productivité des processus mentaux, ainsi qu'une certaine systématité (via la propriété universelle des colimites).

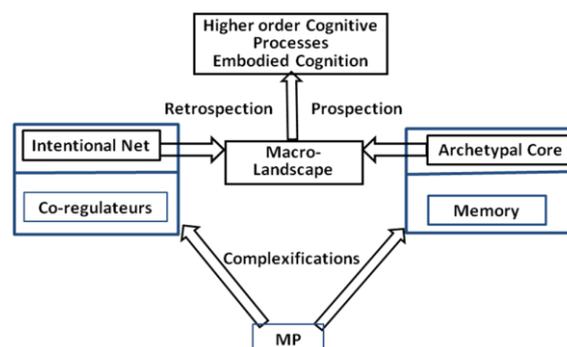
(ii) MENS construit un 'pont' entre *computationalisme*, *connexionnisme* et *info-computationalisme* ; en effet les cat-neurones peuvent jouer le rôle de 'symboles', mais leur dynamique via leurs ramifications fait intervenir le niveau sous-conceptuel (neuronal).

1.3. Le noyau archétypal à la base des processus cognitifs d'ordre supérieur [2, 7, 13, 15]

Hagman & al. (2008) ont montré l'existence d'un *noyau structural* NS du cortex cérébral, de type "rich club", qui joue un rôle central dans la dynamique du cerveau et est en rapport avec les processus cognitifs d'ordre supérieur. L'émergence de tels processus repose sur la formation (à partir des expériences de l'enfance) d'un 'nexus' de la Mémoire, le *Noyau Archétypal* (AC), qui joue un rôle analogue dans MENS. AC est un sous-SE de la Mémoire obtenu par complexifications successives du sous-système NS de NEUR, et dont les cat-neurones sont d'ordre de complexité supérieur (grâce au Théorème d'Emergence). Ces cat-neurones intègrent des mémoires significatives de toutes modalités, avec de nombreuses ramifications aboutissant à NS. Ils sont connectés par des liens complexes forts, formant des *boucles archétypales* qui auto-entretiennent leur activité.

AC est relié à des co-régulateurs CR_i de niveaux supérieurs, basés sur des zones associatives du cerveau ; ceux-ci avec les liens entre leurs composants forment un (macro-)corégulateur IN, dit *intentionnel*. L'activation de certains composants de AC se diffuse via les boucles archétypales et se propage aux niveaux inférieurs par leurs ramifications. Retransmise à IN, elle permet la formation de son paysage, appelé *macro-paysage* MaP ; il unit et étend les paysages des différents CR_i et il a une plus longue durée, car son activation est entretenue par l'auto-activation de AC. Via les multiples ramifications des objets archétypaux, MaP reçoit à la fois des informations relatives à la situation présente, à des temps antérieurs, à des niveaux inférieurs (e.g. reliés aux comportements non-conscients et aux émotions), ainsi qu'une certaine anticipation du futur (cf. la rétention/protection de Husserl). Ainsi MaP modélise le paysage 'phénoménologique' en donnant une perspective du système 'à la première personne'.

Les processus conscients et cognitifs d'ordre supérieur débutent par une activation de AC qui déclenche un double processus : *rétrospection* avec formation d'un macro-paysage MaP et analyse de la situation dans celui-ci pour lui 'donner sens' ; et *prospéction* pour trouver des procédures admissibles dans Map pour y répondre et les évaluer.



Au total le noyau archétypal, en maintenant son activation via les boucles archétypales, rend possible l'intégration of différents niveaux et différentes temporalités, à la base d'une cognition 'incarnée' et de l'expérience phénoménologique. Dans [2] nous en déduisons que MENS propose une sorte de *neuro-phénoménologie* au sens de Varela (1996): "to marry modern cognitive science and a disciplined approach to human experience", évitant tout isomorphisme entre neural et mental.

1.4. Applications à la créativité, à l'action collective, et à l'anticipation [12, 13, 15, 22]

En utilisant les résultats précédents, dans [12, 13, 22] nous proposons le *modèle de créativité RPC* qui consiste en une itération de processus entrelacés : **Rétrospection**, **Prospection**, **Complexification**.

(i) Une surprise ou un questionnement active une partie de AC, ce qui déclenche la formation d'un macro-paysage MaP dans lequel un processus de *rétrospection* permet d'analyser le problème et lui "donner sens". (A comparer à la créativité *exploratoire* de M. Boden, 2004.)

(ii) Une *prospection* se développe dans MaP pour choisir une procédure Pr sur un sous-système V de Map. La *complexification* de V pour Pr est un 'paysage virtuel' V' permettant d'évaluer Pr. Exemples : créativité *compositionnelle* de Boden, *conceptual blending* de Fauconnier et Turner.

(iii) Le processus peut être itéré : une nouvelle procédure Pr' est choisie sur V' et on construit la complexification associée V'' ; si V' contient des liens complexes, V'' est un paysage virtuel non directement déductible de Map (*Théorème de complexification itérée*). Ceci permet de caractériser la créativité *transformationnelle* au sens de Boden.

La méthode RPC de créativité s'étend à tout SEM dans lequel il peut se développer un *noyau archétypal* central AC, de type "rich club", formé de composants d'ordre supérieur ayant de nombreuses ramifications, reliés par des liens auto-entretenant leur activité. C'est en particulier le cas pour le SEM associé à un système social, où AC se construit par intégration des noyaux archétypaux de ses différents membres, au cours d'échanges entre eux.

Dans [6], nous en donnons une application à *l'innovation en design*, en partant d'un SEM, appelé D-MES, qui décrit les différentes phases d'un processus de design. Nous montrons comment les multiples interactions mentales et sociales entre les différents acteurs du processus leurs permettent de partager des objets et processus de différents niveaux de complexité (conscients ou même non conscients) pour former un macro-paysage commun (en particulier par échange de ramifications d'objets archétypaux). La méthode RPC peut alors conduire à des combinaisons créatives innovantes. Une illustration est donnée au design d'un jardin.

Dans [10, 14, 16, 25] une méthodologie RPC analogue est appliquée au problème de *l'anticipation*. Ceci se fait en introduisant un SEM modélisant une "Anticipation Literate Community", dont nous analysons l'organisation, le fonctionnement et la méthodologie.

Un des principaux résultats caractérise les processus de prospection pouvant conduire à des *futurs vraiment innovants* ("novel futures"), avec changements structuraux profonds : ils nécessitent des complexifications itérées, chacune introduisant des liens complexes, modélisant le "changement dans les conditions du changement" (au sens de Popper), qui introduisent de nouvelles contraintes et conduisent, dans la complexification suivante, à des changements structuraux non prévisibles initialement. Ceci permet de retrouver les 3 étapes de la méthode "Futures Literacy" de R. Miller, et de les comparer aux 3 sortes de créativité de M. Boden.

Remarque. Les notions d'évolution et de créativité sont différentes selon la vision philosophique adoptée. Dans [3] nous contrastons l'approche 'ouverte' des SEM où le devenir n'est pas déterminable par de simples lois, et une approche 'fermée' supposant l'existence d'une "réalité préexistante"

inconnue (modélisable par un 'grand' topos) régie par des lois et dont on cherche à découvrir de nouveaux aspects.

2. Approche catégoricienne de la théorie transformationnelle de la Musique

Une ligne de recherche très différente conduit aux travaux [1, 4, 19] développés en relation avec l'IRCAM.

La théorie transformationnelle de la musique proposée par David Lewin dans les années 1980 est basée sur la théorie des actions de groupes sur des ensembles d'objets musicaux et sur la théorie des graphes, Klumpenhouwer a introduit une notion de réseau transformationnel (ou K-net), et mis en lumière des relations particulières entre ces réseaux, appelées « isographies de K-nets ». Nous montrons [1] comment la théorie des catégories permet de poser les bases formelles de ces réseaux et de les enrichir en étendant la notion de K-net en celle de *poly-K-net* (ou PK-net) et celle d'isographie en celle d'*homographie* de PK-nets.

Formellement un PK-net à valeurs dans une catégorie H (e.g. Sets) consiste en : un foncteur $R: D \rightarrow H$ (sa forme 'abstraite'), un foncteur $S: C \rightarrow H$ (modélisant son support musical), et un morphisme $(F, \phi): R \rightarrow S$ de la catégorie $\text{Diag}(H)$ des diagrammes dans H . Ayant défini la notion d'homographie entre PK-nets de forme R , nous étudions la catégorie de ces homographies, et caractérisons certaines de ses sous-catégories.. Parmi les principaux résultats mathématiques : construction de limites et co-limites connexes dans ces différentes catégories de PK-nets ; construction par récurrence de PK-nets et homographies d'ordre supérieur par itération du foncteur Diag (utilisant la notion de *distructure* introduite dans ma thèse, 1962).

Ceci conduit à des applications concrètes en musique, pour analyser différentes œuvres (par exemple de Gesualdo, Webern et Schoenberg) en y mettant en évidence l'existence de PK-nets homographes ou isographes.

Références (depuis 2013)

Articles parus dans des revues internationales à comité de lecture

1. A. Popoff, C. Agon, M. Andreatta & A. Ehresmann, From K-nets to PK-nets: a categorical approach, *Perspectives of New Music*, 2016 (Article accepté, 30 pages, à l'impression).
2. A. Ehresmann & J. Gomez-Ramirez, Conciliating neuroscience and phenomenology via category theory, *Progress in Biophysics & Molecular Biology (JPMB)*, Vol. 119, issue 2, Elsevier, 2015, 340-359.
3. A. Ehresmann & M. Béjean, The Glass Bead Game revisited: Weaving emergent dynamics with the MES methodology, *Glass Bead Journal* N° 1, Site 0, 2016.
4. A. Popoff, M. Andreatta & A. Ehresmann, A Categorical Generalization of Klumpenhouwer Networks, *MCM 2015* (London), *Lecture Notes in Artificial Intelligence* 9110, Springer, 2015, 303-314..
5. A. Ehresmann, Parcours d'un topologue-catégoricien : Jean-Marc CORDIER (1946-2014), *Cahiers de Top. et Géo. Diff. Cat.* LVI-1, 2015, 76-80.
6. M. Béjean & A. Ehresmann, *D-MES*: conceptualizing the working designers, *International Journal of Design Management and Professional Practice*, Volume 9, issue 4, 2015, 1-20.

7. A. Ehresmann & J.-P. Vanbremeersch, Modèle MENS pour un Système Neuro-Cognitif, *Res Systemica*, Vol. 12, 2014, 2-24.
8. A. Ehresmann, Mathematical Model for Info-computationalism, *Constructivist Foundations*, Vol. 9, 2, March 2014, 235-237.
9. M. Andreatta, A. Ehresmann, R. Guitart & G. Mazzola &, Towards a Categorical Theory of Creativity for Music, Discourse, and Cognition, MCM 2013, *Lecture Notes in Computer Science 7937*, Springer, 2013, 19-37.
10. A. Ehresmann, A theoretical frame for Future Studies, *On the Horizon*, Volume 21 issue 1, 2013, 46-53.
11. A. Ehresmann, Parcours de R. Guitart, un mathématicien aux multiples facettes, *Cahiers de Top. et Géo. Diff.* LIV-4, 2013, 298-316

Communications Internationales

12. A. Ehresmann, Towards a Categorical Theory of Creativity, *Keynote Lecture at MCM 2015*, London (Vidéo).
13. A. Ehresmann, MENS: a category-driven journey from neurons to cognition and creativity, *Séminaire de Théorie des Catégories*, UCL Louvain-la-Neuve, 18/05/2015.
14. A. Ehresmann, M. Béjean & J.-P. Vanbremeersch, Formal conditions for creative anticipation processes, *International Conference on Future-Oriented Technology Analysis (FTA)*, European Commission, Brussels, 2014, Poster.
15. A. Ehresmann, Categories In Cognition: An Integrative Approach To Multi³-Systems, in "Categorical Methods At The Crossroads", *Dagstuhl Perspectives Workshop 14182*. May 2014,
16. A. Ehresmann & M. Béjean, Towards an Anticipation Literate Community, *Workshop FUMEE V*, Lausanne, 2013.
17. A. Ehresmann, Modélisation 'catégoricienne' du vivant par émergence de monades multiformes, Actes du Colloque "Monade, Dyade, Triade", *Presses Universitaires de Namur* 2013, 123-140.

Communications Nationales avec Actes

18. M. Béjean & A. Ehresmann, Faire Pensée : raisonances et émergences mamuphiques, *Journées d'étude critique sur Le monde-Musique*, IRCAM Avril 2016.
19. A. Popoff, M. Andreatta & A. Ehresmann, Théorie des catégories en Analyse musicale, *SIC Séminaire Itinérant des catégories*, Lille Mars 2016.
20. A. Ehresmann, Genèse de l'approche catégorique des Systèmes Evolutifs à Mémoire (MES), *Séminaire Mamuphi*, IRCAM Paris, 12/12/2015.
21. A. Ehresmann, Temps et incomplétude : genèse et développements de l'approche catégorique des MES, *Séminaire Mamuphi*, E.N.S. Paris, 2014.
https://sites.google.com/site/logiquecategorique/autres-seminaires/mamuphi/20140111_Ehresmann
22. A. Ehresmann, Comment modéliser les processus créatifs ? *Conférence Mathématiques Innovantes, Innovaxiom*, SupMéca Paris, 2013. Video on YouTube

23. A. Ehresmann, Le rôle des limites projectives dans le développement des mémoires procédurale et sémantique, *Séminaire Mamuphi*, ENS, Janvier 2013.

Chapitres de Livres

24. A. Ehresmann, Applications of Categories in Biology and Cognition dans "*Categories for the Working Philosopher*" (Ed. E. Landry), O.U.P. 2016 (à l'impression).
25. A. Ehresmann, M. Béjean, R. Miller, I. Tuomi, J.-P. Vanbremeersch, Sensing and Making Sense of Complexity: Mathematical Foundations for the Futures Literacy KnowLab, dans "*Transforming the Future: Anticipation in the 21st century*" (Ed. Riel Miller), UNESCO Pub., Routledge 2016 (en préparation).